

多叉树蚁群算法及在区位选址中的应用研究

赵元, 张新长, 康停军

(中山大学地理科学与规划学院, 广州 510275)

摘要: 本文提出了基于多叉树蚁群算法 (ant colony optimization based on multi-way tree) 的区位选址优化方法。在多目标和大型空间尺度约束条件下, 地理区位选址的解决方案组合呈现海量规模、空间搜索量庞大, 难以求出理想解。基于多叉树的蚁群算法对地理空间进行多叉树划分, 在多叉树的层上构造蚂蚁路径 (ant path), 让蚂蚁在多叉树的搜索路径上逐步留下信息素, 借助信息素的通讯来间接协作获得理想的候选解。采用该方法用于广州市的地理区位选址, 取得良好结果。实验结果表明: 采用基于多叉树的蚁群算法, 改善了蚂蚁在空间搜索能力, 适合求解大规模空间下的区位选址问题。

关键词: 区位选址; 多叉树; 蚁群算法; 广州

1 引言

地理区位选址是空间规划、管理和利用中对发挥最佳效用的空间位置进行遴选的基本问题。Hakimi 第一个从发展次序和理论重要性方面系统阐述了设施选址问题, 他提出了中值问题^[1-2]。研究者分别从各种角度提出了不同的设施选址问题, 以满足实际需要^[3-4]。根据设置选址的空间划分, 选址问题可分为连续选址、网络选址和离散选址。以中值问题、覆盖问题、中心问题作为基本的选址问题研究的较早, 也较为成熟, 其成果为选址研究奠定了理论和方法基础^[5]。选址问题常常面临这样的困境: 随着选址空间及数据规模增加, 空间搜索量急剧上升, 解题规模呈现爆炸式的增加, 求出确定解越来越困难^[6]。

近年来, 采用具有演化特征的启发式算法^[7-8]来成为空间搜索优化的一个发展方向。如采用遗传算法 (genetic algorithm, GA)^[9-10]、模拟退火算法 (simulated annealing, SA)^[11-12]、禁忌算法 (Tabu Search)^[13-14]、蚁群算法^[15-18] (Ant colony Optimization, ACO) 等算法陆续被应用到地理问题求解中。其中, 蚁群算法以其优良的性质, 越来越受到研究者的重视。该算法是 1991 年意大利学者 Dorigo 针对旅行商问题 (TSP 问题) 提出并发展起来的智能算法, 本质上是一个复杂的多主体仿生优化系统, 具有较强的鲁棒性、优良的分布计算机制、易于与其他方法结合等优点。

何晋强、黎夏等^[19]应用基本蚁群算法对选址问题进行研究, 通过“分布逼近”策略, 对空间选址进行求解, 取得良好效果。但“分布逼近”策略没有将地理空间的尺度搜索特征构建在模型之内。针对大区域空间选址问题, 有必要构建快速空间搜索方法, 提出改进的蚁群算法, 提高选址性能效率。

多叉树是存储分类或分级信息的数据结构, 常见用于地理信息处理的树有二叉树 (BSP tree)、四叉树 (Quadtree)、八叉树 (Octree)、R-树 (R-tree) 等。其中四叉树由 Raphael

收稿日期: 2010-02-24; 修订日期: 2010-05-30

基金项目: 国家自然科学基金项目 (40971216; 41071246) [Foundation: National Natural Science Foundation of China, No.40971216; 41071246]

作者简介: 赵元 (1977-), 男, 博士研究生, 主要从事地理信息建模与土地利用时空结构演变方面的研究。

E-mail: giszy@163.com

通讯作者: 张新长 (1957-), 男, 教授, 博士生导师, 从事城市地理信息系统与土地利用时空模拟方面的研究, 发表有关论文 130 多篇。E-mail: eeszxc@mail.sysu.edu.cn

命名并推广^[20]。在地理信息方面,多叉树可以对如点、线、面等地理空间对象进行划分,构造点多叉树、线多叉树和面多叉树等,形成地理信息的塔式记录。由于其具有层次划分性和搜索顺序性质,通常被用于记载栅格图像、空间索引、碰撞检测、地形 LOD 等方面^[21]。多叉树对地理空间的搜索层次性及蚁群算法中蚂蚁路径搜索特征,为空间设施选址求解提供了很好的结合点。

本文提出基于空间多叉树搜索的蚁群优化选址算法。通过对地理空间进行多叉树划分,发挥分层搜索信息的优势,构造搜索路径,让蚂蚁在多叉树的搜索路径上逐步留下信息素,借助信息素的通讯间接协作求解候选解,从而为解决空间区位配置或选址问题提供一种借鉴思路。

2 空间选址问题

选址研究中的典型问题,如 p -median 问题、覆盖问题、 p -center 问题是研究者进行选址和方法改进的研究对象。本文所设定的求解问题为:

在地理空间 $S(w, h)$ 中选择目标位置 $p(1, 2, \dots, d)$, w 为地理空间的宽度, h 为地理空间的高度, d 为目标位置的编号;在地理空间 S 内的任意点 P_{ij} 至 $p(1, 2, \dots, d)$ 的最小距离,记为:

$$\text{dist}_{\min}(p(1, 2, \dots, d), P_{ij}) = \min(\text{dist}(p_1, P_{ij}), \text{dist}(p_2, P_{ij}), \dots, \text{dist}(p_d, P_{ij})) \quad (1)$$

求取目标函数 $f(p(1, 2, \dots, d), w, h)$ 的最小值,

$$\min f(p(1, 2, \dots, d), w, h) = \sum_{i=1}^w \sum_{j=1}^h \text{dist}_{\min}(p(1, 2, \dots, d), P_{ij}) \cdot \rho_{ij} \cdot A_{ij} \quad (2)$$

式中: ρ_{ij} 为位置 P_{ij} 的人口密度; A_{ij} 为位置 P_{ij} 的面积。距离计算可以采用欧几里德距离公式或采用曼哈顿距离。在区域选址中,考虑到交通网特点,本文采用曼哈顿距离来表征目标位置与其它位置之间的空间移动代价。

3 经典蚁群算法

基本蚁群算法 (Ant system, AS) 针对 TSP 问题提出^[15]。TSP 问题可以描述为带权完全图 $G = (N, A)$, N 为城市节点集, A 为边集。每条边 (i, j) 被赋予边的端点城市 i 与 j 之间的距离 d_{ij} , 目标是找图的哈密尔顿回路,使其长度最短并且遍历每个节点仅一次。

算法分为求解和更新信息素两个阶段,所有边上初始化信息素初始化为 $\tau_0 = m/C^m$, 其中 m 为人工蚂蚁的个数, C^m 为根据最近邻法生成的一条路径长度。初始化之后,蚂蚁随机选择城市,依据如下选择概率规则进行选择路径前进。对于蚂蚁 k , 在 t 时刻其从城市 i 选择 j 前进的概率如公式 (3) 所示。其中: $\text{allowed}_k = \{N - \text{tabu}_k\}$, tabu_k 为蚂蚁 k 已访问过城市节点集合, $\tau_{ij}(t)$ 为 t 时刻边 (i, j) 上信息素强度, $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$, 称为启发因子, d_{ij} 为城市 i, j 之间的距离,对蚂蚁 k 而言, d_{ij} 越小, 就越大, 蚂蚁可能选择这条路径的可能性越大; α 为信息素启发式因子, 反映蚂蚁在运动过程中所积累的信息在蚂蚁运动时所起的作用。其值越大, 则蚂蚁倾向于选择其他蚂蚁经过的路径; β 为期望启发式因子, 反映蚂蚁在运动过程中启发信息在蚂蚁选择路径中的受重视程度。

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{k \in \text{allowed}_k} [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ik}(t)]^\beta}, & \text{if } j \in \text{allowed}_k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

蚂蚁根据上述公式从初始节点依次遍历所有节点,回到初始节点,从而得到一个解,此过程称为一代,这样 m 只蚂蚁就能得到 m 个解。之后是信息素更新阶段,每只蚂蚁会在经过的边上留下一定量的信息素,作为下一轮蚂蚁求解的依据,规则如式 (4):

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k \forall (i, j) \tag{4}$$

式中: ρ 称为信息素挥发因子,可使蚂蚁在探索过程中忘记以前做出的较差决策, $\Delta\tau_{ij}^k$ 为蚂蚁 k 在边 (i, j) 上一次释放的信息素,如式 (5) 所示,

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} 1/C^k, & \text{if } (i, j) \in T^k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{5}$$

式中: C^k 为蚂蚁 k 在 t 到 $t+1$ 内找到的路径 T^k 的长度。可以看出, C^k 越小,路径 T^k 上得到的信息素增量越大,下次被选择的概率越大。

基本蚁群算法给地理选址提供了非常好的启示:对整个空间最优解的搜索,需要在地理空间上构造搜索路径,让蚂蚁在搜索路径上逐步留下信息素的方式,通过信息素的通讯来获得理想的候选解。

4 基于多叉树的蚁群算法

将地理空间 S 均匀划分成 N^2 个子空间块,划分出的子空间继续进行重复划分,持续划分次,整个栅格空间被划分为 N^{2n} 个子空间,每个子空间的大小为 $(w/N^{2n}, h/N^{2n})$,直至划分空间单元的大小为 1 个单位。根据栅格空间的大小,可以设置 w 和 h 的大小。例如:在图 1 所示的 16×16 的栅格空间中,取 $N = 2$,将整个空间划分。最后形成如图 2 所示的 4 叉树,在叶结点可以获得整个栅格空间格点信息。为了便于计算,在这里假定空间大小可以表示为 N^{2n} 的形式。

依照这样的划分方法,整个空间 S 形成 N^2 叉树的空间划分多叉树, N^2 叉树的层数为 n 。

同 TSP 下的蚁群算法思想相似,让蚂蚁沿着 N^2 叉树根部出发,在 N^2 叉树之间移动的顺序分别是 0 层, 1 层,直至 n 层,完成对候选设施位置选择。若蚂蚁所要完成的候选目标为 1 个,则蚂蚁要旅行的候选子空间个数为 N^{2n} 。若蚂蚁需要完成的候选目标为 d ,则可以继续构造 d 个 N^2 叉树。蚂蚁完成一棵 N^2 叉树后,继续向下一棵 N^2 叉树旅行,直至完成所有 N^2 叉树旅行。

蚂蚁从第一个 N^2 叉树根节点出发,从树的 $l-1$ 层向 l 层移动, $l \leq n$ 。从 $l-1$ 层子空间中的候选位置 i 向 l 层子空间的候选位置 j 之间路径上信息素记为 τ_{ij} ,按照公式 (6) 进行

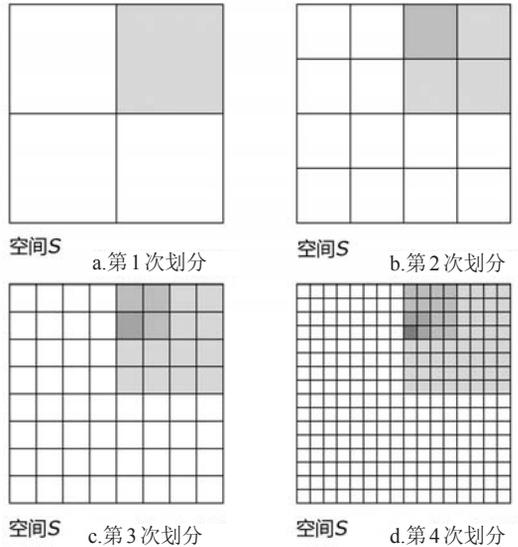


图 1 地理空间的划分

Fig. 1 Divisions of geographical space

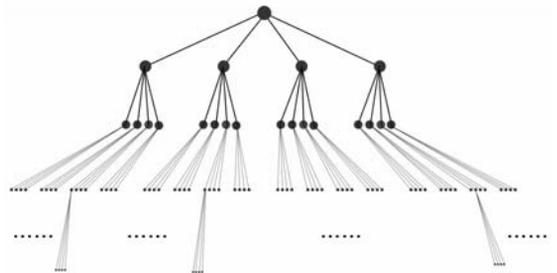


图 2 地理空间 4 叉树

Fig. 2 Geographical space quad tree

选择^[22]:

$$path = \begin{cases} m, & rnd < C \\ r, & otherwise \end{cases} \quad (6)$$

式中: m 为路径信息素最大的候选位置; C 为正常数; red 为 $[0, C]$ 之间随机数; $path$ 表为轮盘赌概率策略选择略确定在 l 层子空间的旅行路径; r 为根据轮盘赌概选择概率确定的候选位置概率。

蚂蚁选择在 l 层空间中的位置 $pos(d, l)$, 横坐标位置 $pos_x(d, l)$ 和纵坐标位置 $pos_y(d, l)$, 由式 (7) 和式 (8) 确定:

$$pos_x(d, l) = pos(d, l) \% N \quad (7)$$

$$pos_y(d, l) = pos(d, l) / N \quad (8)$$

式中: d 为目标位置的编号; $\%$ 为取模运算; $/$ 为整除运算, N 为空间边的划分数。

蚂蚁在层之间旅行过程中, 路径上会留下信息素。在初始阶段, 每条路径上信息素为 $\tau_{ij}(t_0)$ 。随时间变化, 旅行路径上的信息素要进行挥发, 以减少蚂蚁重复选择已选路径的概率^[22]。信息素的更新按照式 (9) 进行调整:

$$\tau_{ij}(t+1) \leftarrow (1-\alpha) \cdot \tau_{ij}(t) + \alpha \cdot \tau_{ij}(t_0) \quad (9)$$

式中: d 为目标位置的编号; $\tau_{ij}(t+1)$ 表示更新后的信息素, $\tau_{ij}(t)$ 表示更新前的信息素; $i = pos(d, l-1)$ 为蚂蚁在 $l-1$ 层的旅行位置; $j = pos(d, l)$ 为蚂蚁在 l 层旅行位置; $\tau_{ij}(t_0)$ 表示初始的信息素; $\alpha \in (0, 1)$ 为常数, 表示路径上信息素挥发因子; 符号 \leftarrow 表示路径上信息素更新。

地理空间事物往往在空间邻域上存在相关性, 蚂蚁选择候选位置时, 候选位置的邻域状态往往也非常接近。为了增强蚂蚁对候选解邻域的感知能力, 在信息素更新时, 可以考虑对候选位置邻域的路径也进行信息素更新, 按照式 (10) 进行调整:

$$\tau_{ij}(t+1)[id] \leftarrow (1-\beta) \cdot \tau_{ij}(t) + \beta \cdot \tau_{ij}(t)[id] \quad (10)$$

式中: d 为候选目标编号; $[id]$ 为候选位置 3×3 空间范围邻居; β 为信息素邻域衰减系数, 取值区间为 $(0, 1)$; 符号 \leftarrow 表示信息素更新。

当所有蚂蚁完成一次旅行, 由式 (11) 和式 (12) 计算出其在地理空间上所选择的目标候选位置横坐标与纵坐标:

$$x(d) = \sum_{i=1}^n pos_x(d, l) N^{2(n-1)} \quad (11)$$

$$y(d) = \sum_{i=1}^n pos_y(d, l) N^{2(n-1)} \quad (12)$$

式中: d 为候选目标编号; $pos_x(d, l)$ 为蚂蚁在 l 层子空间中的横坐标位置; $pos_y(d, l)$ 为蚂蚁在 l 层子空间中的纵坐标位置, n 为多叉树层数。

计算每只蚂蚁对应的函数值 $f(p(1, 2, \dots, d), w, h)$, 根据式 (13) 选出最优函数值及最优路径:

$$f_{best} = \min(f_1, f_2, \dots, f_{N_0}) \quad (13)$$

对最优路径上的信息素按式 (14) 做全局更新:

$$\tau_{ij}(t+1) \leftarrow (1-\gamma) \cdot \tau_{ij}(t) + \gamma \cdot f_{best}^{-1} \quad (14)$$

式中: d 为候选目标编号; $i = pos(d, l-1)$ 为蚂蚁在最优路径 $l-1$ 层的旅行位置; $j = pos(d, l)$ 为蚂蚁在最优路径 l 层旅行位置; γ 为信息素调整系数; N_0 为蚂蚁数; 符号 \leftarrow 表示

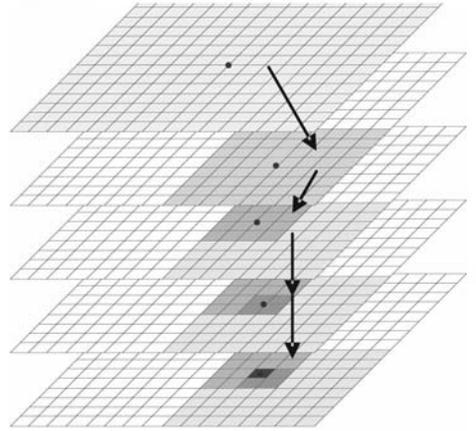


图3 蚂蚁在地理子空间之间的路径图
(以四叉树为例)

Fig. 3 Ant path through the multi subspaces

路径上信息素更新。

反复进行上面的步骤,若达到指定的循环次数或候选解在一定循环次数后没有改进,停止算法运行。

5 算法描述

以下为基于多叉树搜索的蚁群算法描述:

步骤1:构造栅格地理空间的 N^2 叉树结构,初始化参数;步骤2:蚂蚁置于 N^2 叉树的根节点并初始化;步骤3:蚂蚁旅行 N^2 叉树,执行步骤4~步骤8;步骤4:执行步骤5~步骤6;步骤5:根据式(6)~(8)确定蚂蚁在 N^2 叉树的某层空间中候选位置,如果旅行完所有 N^2 叉树,则转入步骤7;步骤6:蚂蚁选择该层空间中的候选位置之后,准备进入 N^2 叉树的下一层,按式(9)(10)对经过的路径上的信息素执行局部更新;步骤7:根据式(11)~(13)计算最优结果,找出最优路径,式(14)对最优路径的信息素执行全局更新;步骤8:判断是否满足终止条件,若否转入步骤2,若是则输出结果结束计算。

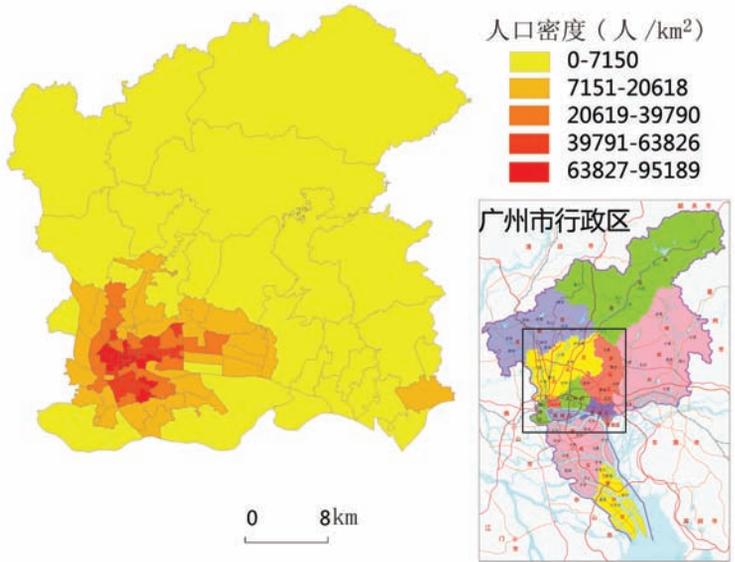


图4 研究区的人口分布密度

Fig. 4 Population density of the study area

6 案例实验

6.1 研究区域及数据处理

研究区域为广州市主城区,辖区包括海珠区,荔湾区,越秀区,天河区、白云区、萝岗区和黄埔区,涵盖面积2200 km²(图4)。整个研究区被划分为512×512的空间单元,单位栅格面积为92 m×92 m。以公共设施的空间选址为例,检验多叉树蚁群算法在基础设施空间优化布局方面的有效性。人口数据来源于广州市2008年的人口抽样数据,空间范围为辖区的95个街道(镇)的空间矢量数据。通过地理信息系统软件对空间数据进行剪裁,处理为512×512范围的栅格空间数据,进一步处理为文本格式,并用本文所述算法进行计算,最后对结果进行可视化显示。算法采用C++编写,在处理器为Intel P4 2.6Ghz PC机硬件环境下运行。

6.2 实验与分析

程序中采用的多叉树蚁群算法的参数如下: $N^2=64$, $k=3$, $\alpha=99$, $\beta=0.8$,邻域的半径为3。为了适应蚁群算法,对目标函数 $f(p(1, 2, \dots, d), w, h)$ 变换为解空间区间为[0, 1]上的最小化函数问题;按照前述第2部分设定的选址目标函数,分别选取多个选址目标进行计算验证算法的有效性。同时采用穷举计算进行验证。

经过实验,基于多叉树的选址结果同直接计算是一致的,但在计算时间上花费更少。采用直接穷举计算方法,选取10个以上的目标,算法计算往往要耗费几十个小时以上。实际运算中,无法应用穷举算法进行优化选址。仅在较少选址目标情况下,作为算法验证的手段。

表1反映了在不同参数和选址目标下的时间代价。算法中蚂蚁数量的设置通常根据经验进行,当空间规模较大,较多蚂蚁数量可提高算法的全局搜索能力和算法的稳定性,但过多的蚂蚁使选址模型的求解能力下降;蚂蚁数过少,蚂蚁搜索随机性减弱,收敛加快,容易陷入局部最优,出现早熟现象^[19]。

图5是验证在不同目标数目下,适应度与迭代次数之间的变化状况。可以看出,在选址目标数目为2、5和10情况下,适应度随着迭代次数增加,能够收敛到稳定的数值,得到较好的候选解。

图6是在不同选址数目情况下,本文所述算法在实验区域的运行结果。从图6可以看

表1 蚂蚁数量为10时算法耗费的时间代价(秒)

Tab. 1 Comparison of computing time for different spatial scales for 10 ants

空间规模	目标数目					
	2	3	4	5	10	20
64×64	6	7	10	11	18	31
128×128	26	30	41	45	70	119
256×256	101	117	158	174	272	467
512×512	393	459	628	687	1074	1835

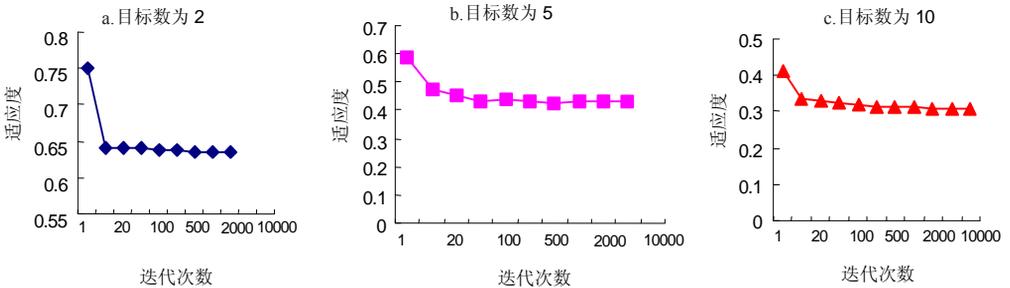


图5 适应度收敛曲线图

Fig. 5 Convergence rates

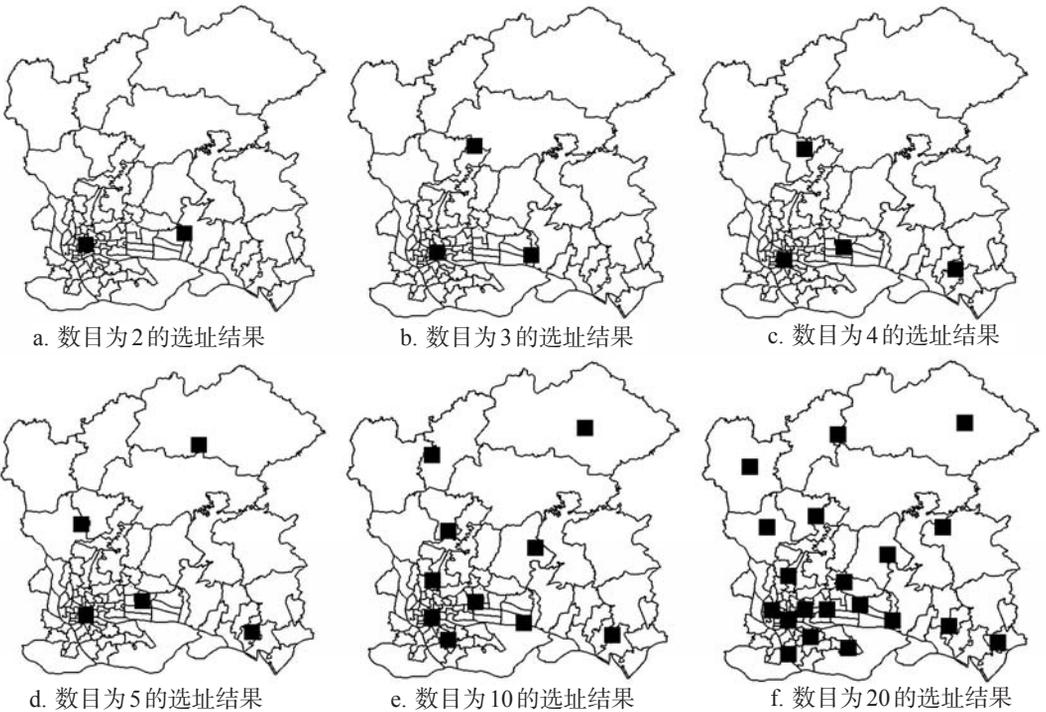


图6 增量目标选址在空间上的变化规律

Fig. 6 Site selection for different number targets of the facility

出, 选址结果符合问题设定的要求。在选址数目为2的情况下, 公共设施主要集中在人口密集的越秀区(北京路附近)和天河区(车陂附近)。随着选址目标的增多, 选址从越秀区、天河区向海珠区、白云区、萝岗区、黄埔区等空间扩散和移动。当目标选址超过20的时候, 选址目标已经扩展到整个空间。选址在空间上的总体变化规律是: 公共设施选址在人口密集的中心城区(越秀区和天河区)选址数量最多(要占到选址数量的一半左右), 在人口密度较低的外围区大体上沿着中心城区向白云区(向北)、中心区向萝岗区(东北方向)、中心区向黄埔区(向东)、中心区向海珠区(向南)几个轴线方向进行增量扩展选址。随着选址数目的不断增多, 选址的具体地点同人口聚居区位越来越呈现吻合的趋势。

7 结语

在多目标及较大空间规模的约束下, 空间选址问题用常规的算法往往很难在空间及时问效率上得到满意解。蚁群算法由于具有较强的鲁棒性、优良的分布计算机制、易于与其他方法结合等优点, 成为解决空间选址的问题有效工具。本文提出的基于多叉树蚁群算法, 采取对栅格空间中进行多级均匀划分的策略, 让蚂蚁在多叉树上进行城市旅行, 间接通过信息素进行通信协作, 从而找到优质的候选解。蚂蚁在多叉树的搜索过程中, 对算法的初始群体不敏感, 既会以一定的概率选择当前最好的路径, 从而保证蚂蚁沿着最好解的路径进行搜索, 也会以一定的概率选择其他的路径继续探索, 避免在搜索过程中陷入局部极值。从整个蚁群搜索过程看, 蚁群会不断地向全局最优解逼近。通过在广州市的城区数据进行实验, 基于多叉树的蚁群搜索算法能够较为快速和准确地找到理想的解。

在实际求解的过程中也发现, 当处理大规模的数据时, 蚁群算法中对目标函数的求解依然存在密集计算的问题。后续研究将考虑采用并行的多叉树蚁群算法求解, 有助于改善算法的时间效率。

参考文献 (References)

- [1] Kariv O, Hakimi S L. An algorithmic approach to network location problems (I): The p-centers. *SIAM Journal Applied Mathematics*, 1979, 37(3): 513-538.
- [2] Kariv O, Hakimi S L. An algorithmic approach to network location problems (II): The p-medians. *SIAM Journal Applied Mathematics*, 1979, 37(3): 539-560.
- [3] Cooper L. Location-allocation problems. *Operations Research*, 1963, 11: 331-343.
- [4] Cooper L. Solutions of generalized location equilibrium problems. *Journal of Research Science*, 1967, 7: 1-18.
- [5] Li Xia, Yeh A G O. Optimal spatial search using genetic algorithms and GIS. *Acta Geographica Sinica*, 2004, 59(5): 745-753. [黎夏, 叶嘉安. 遗传算法和GIS结合进行空间优化决策的研究. *地理学报*, 2004, 59(5): 745-753.]
- [6] Yang Fengmei, Hua Guowei, Deng Meng et al. Some advances of the researches on location problems. *Operations Research and Management Science*, 2005, 14(6): 1-7. [杨丰梅, 华国伟, 邓猛等. 选址问题研究的若干进展. *运筹与管理*, 2005, 14(6): 1-7.]
- [7] Tabari M, Kaboli A, Aryanezhad M B et al. A new method for location selection: A hybrid analysis. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 206(2): 598-606.
- [8] Mladenović N, Brimberg J, Hansen P et al. The p-median problem: A survey of metaheuristic approaches. *European Journal of Operational Research*, 2007, 179(3): 927-939.
- [9] Fathali J. A genetic algorithm for the p-median problem with pos/neg weights. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 183(2): 1071-1083.
- [10] Brookes C J. A genetic algorithm for designing optimal patch configurations in GIS. *International Journal of Geographical Information Science*, 2001, 15(6): 539-559.
- [11] Aerts C J H, Heuvelink G B M. Using simulated annealing for resource allocation. *International Journal of Geographical Information Science*, 2002, 16(6): 571-587.
- [12] Lockwood C, Moore T. Harvest scheduling with spatial constraints: A simulated annealing approach. *Canadian Journal of Forest Research*, 1993, 23(3): 468-478.

- [13] Bettinger P, Sessions J, Boston K. Using tabu search to schedule timber harvests subject to spatial wildlife goals for big game. *Ecological Modelling*, 1997, 94(2): 111-123.
- [14] Brumelle S, Granot D, Halme M et al. A tabu search algorithm for finding good forest harvest schedules satisfying greenup constraints. *European Journal of Operational Research*, 1998, 106(2): 408-424.
- [15] Dorigo M, Stützle T. *Ant Colony Optimization*. London: The MIT Press, 2004: 65-67.
- [16] Dorigo M, Gambardella L M. Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, 1997, 1(1): 53-56.
- [17] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A. Ant system: Optimization by colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B*, 1996, 26(1): 29-41.
- [18] Dorigo M, Di C G, Gambardella L M. Ant algorithms for discrete optimization. *Artificial Life*, 1999, 5(3): 137-172.
- [19] He Jinqiang, Li Xia, Liu Xiaoping et al. Ant colony algorithms for optimal site selection in large regions. *Journal of Remote Sensing*, 2009, 13(2): 246-255. [何晋强, 黎夏, 刘小平等. 蚁群智能及其在大区域基础设施选址中的应用. *遥感学报*, 2009, 13(2): 246-255.]
- [20] Raphael F, Bentley J L. Quad trees: A data structure for retrieval on composite keys. *Acta Informatica*, 1974, 4(1): 1-9.
- [21] Zhao Wenji, Hu Zhuowei, Chen Yongliang et al. Quadtree-based three-dimensional visualization for the geomorphologic data in multiple resolutions. *Journal of Image and Graphics*, 2007, 12(8): 1457-1462. [赵文吉, 胡卓玮, 陈永良等. 基于四叉树的多分辨率地形数据3维可视化. *中国图象图形学报*, 2007, 12(8): 1457-1462.]
- [22] Chen Ye. Ant colony optimization algorithm for continuous function. *Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition*, 2004, 36(6): 117-120. [陈烨. 用于连续函数优化的蚁群算法. *四川大学学报: 工程科学版*, 2004, 36(6): 117-120.]

An Ant Colony Algorithm Based on Multi-way Tree for Optimal Site Location

ZHAO Yuan, ZHANG Xinchang, KANG Tingjun

(*School of Geography and Planning, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China*)

Abstract: Site location by brute-force method is difficult for optimization due to massive spatial data and huge solution space under the constraint condition of multi-objective and large spatial resolutions. In this study, an improved ant colony optimization (ACO) based on multi-way tree is introduced to solve site location problem. Better solutions can be obtained swiftly according to the density of pheromone the ants leave on the search paths constructed in nested subspaces divided by means of the multi-way tree algorithm. First, the algorithm derived from ACO is aiming to search for an optimal path in space regardless of initial distribution, based on the behavior of ants seeking a path at a specific probability. Second, the multi-way tree algorithm's growth rate between search size and spatial scale is logarithmic, so the cost of searching increases slowly as the size of its input grows. The study area, located in Guangzhou city, is a densely populated region. The raster layers have a resolution of $92\text{ m} \times 92\text{ m}$ with a size of 512×512 pixels. This optimization problem consists of two factors: population distribution and spatial distance. Comparison experiment between ACO based on multi-way tree and the simple search algorithm indicates that this method can produce closely related results with a greater convergence rate and spend less computing time. In conclusion, the proposed algorithm is important and suitable for solving site search problems.

Key words: site location; multi-way tree; ant colony optimization; Guangzhou